

Řešení úloh okresního kola 60. ročníku Fyzikální olympiády

ve školním roce 2018/2019

Kategorie E

Autoři úloh: M. Chytilová (3), J. Thomas (1, 4) a I. Volf (2)

FO60E2–1: Automobil a autobus

- a) Z grafu odečteme vzájemnou rychlost mezi automobilem a autobusem; vzdálenost $s = 70$ km urazí touto rychlostí za $t_1 = 30$ min = 0,5 h, proto

$$v = \frac{70 \text{ km}}{0,5 \text{ h}} = 140 \text{ km/h.}$$

Protože se automobil a autobus pohybují proti sobě, platí $v = v_1 + v_2$, odkud získáváme

$$v_2 = v - v_1 = 140 \text{ km/h} - 90 \text{ km/h} = 50 \text{ km/h.} \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- b) Nulová vzdálenost mezi vozidly znamená, že se potkala právě po 30 minutách. Automobil do té doby urazil vzdálenost

$$s_1 = v_1 t_1 = 90 \text{ km/h} \cdot 0,5 \text{ h} = 45 \text{ km,}$$

autobus

$$s_2 = v_2 t_1 = 50 \text{ km/h} \cdot 0,5 \text{ h} = 25 \text{ km} = s - s_1.$$

Od této chvíle se vzdálenost mezi automobilem a autobusem bude zvětšovat. Automobil ujede zbývajících $s_2 = 25$ km za čas

$$t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{25 \text{ km}}{90 \text{ km/h}} = \frac{5}{18} \text{ h} = \frac{5}{3} \text{ min} \doteq 17 \text{ min.}$$

Za tuto dobu se vzájemná vzdálenost mezi autem a autobusem zvětší o

$$s_3 = vt_2 = 140 \text{ km/h} \cdot \frac{5}{18} \text{ h} \doteq 38,889 \text{ km} \doteq 39 \text{ km.}$$

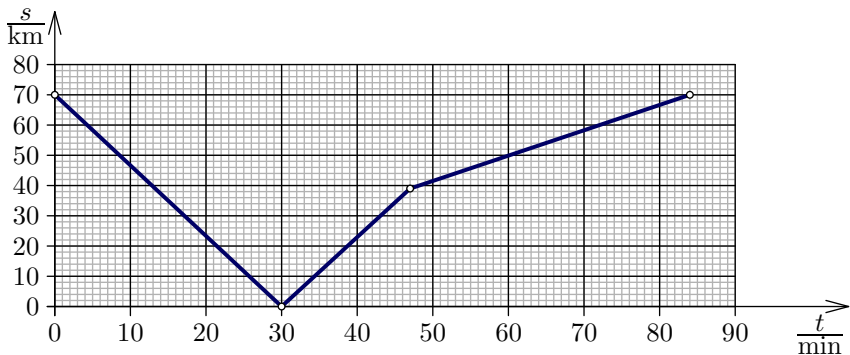
Od této chvíle už automobil bude v cíli, proto se vzdálenost mezi ním a autobusem bude měnit pouze rychlostí v_2 . Autobus pojedje ještě po dobu

$$t_3 = \frac{s - s_3}{v_2} = \frac{70 \text{ km} - 38,889 \text{ km}}{50 \text{ km/h}} \doteq 37,333 \text{ min} \doteq 37 \text{ min.}$$

Celková doba jízdy autobusu je

$$t = \frac{s}{v_2} = \frac{70 \text{ km}}{50 \text{ km/h}} = \frac{7}{5} \text{ h} = 84 \text{ min} = t_1 + t_2 + t_3. \quad \mathbf{4 \text{ body}}$$

K sestrojení grafu můžeme sestavit tabulku vzdálenosti automobilu a autobusu ve význačných časech:



Obr. 1: Graf závislosti vzdálenosti mezi automobilem a autobusem na čase

t/min	0	30	47	84
$\Delta s/\text{km}$	70	0	39	70

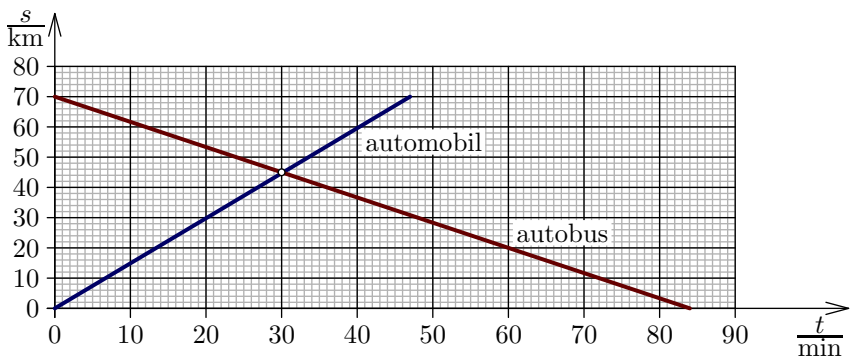
Graf je na obr. 1.

2 body

Poznámka: Graf lze sestavit i bez výpočtu vzdáleností, pouze z dob pohybu automobilu a autobusu. Dokud se pohybuje i automobil, bude vzdálenost mezi automobilem a autobusem růst symetricky k tomu, jak klesala během jejich přibližování a zbytek grafu, kdy se pohybuje pouze autobus, je dán tím, že celková doba jízdy autobusu je 84 minut.

- c) Automobilu trvá jízda dobu $t_1 + t_2 = 30 \text{ min} + 17 \text{ min} = 47 \text{ min}$, autobusu $t = 84 \text{ min}$; setkají se ve vzdálenosti $s_1 = 45 \text{ km}$ od místa výjezdu automobilu po 30 minutách. Graf je na obr. 2.

2 body



Obr. 2: Graf závislosti polohy automobilu a autobusu na čase

FO60E2–2: Varná konvice

Výkon konvice varné konvice je podle štítku $P = 1\,800 \text{ W}$.

- a) K ohřátí vody potřebujeme teplo

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= \rho V_1 c_v (t_1 - t_2) = \\
 &= 1\,000 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,001\,2 \text{ m}^3 \cdot 4\,200 \text{ J/(kg} \cdot \text{°C)} (95 \text{ °C} - 15 \text{ °C}) = 403\,200 \text{ J},
 \end{aligned}$$

které varná konvice při účinnosti $\eta = 90\% = 0,9$ dodá za čas

$$\tau_1 = \frac{Q_1}{\eta P} = \frac{403\,200\text{ J}}{0,9 \cdot 1\,800\text{ W}} = 248,89\text{ s} \doteq 250\text{ s.} \quad \mathbf{3\text{ body}}$$

b) K ohřátí vody nyní potřebujeme teplo

$$Q_2 = \rho V_1 c_v (t_1 - t_0) = \\ = 1\,000\text{ kg/m}^3 \cdot 0,001\,2\text{ m}^3 \cdot 4\,200\text{ J/(kg} \cdot \text{°C)} (95\text{ °C} - 0\text{ °C}) = 478\,800\text{ J,}$$

kteřé varná konvice dodá za čas

$$\tau_2 = \frac{Q_2}{\eta P} = \frac{478\,800\text{ J}}{0,9 \cdot 1\,800\text{ W}} \doteq 295,56\text{ s} \doteq 300\text{ s.} \quad \mathbf{3\text{ body.}}$$

c) Nyní musíme započítat ještě teplo potřebné k roztátí ledu $Q_1 = ml = 0,2\text{ kg} \cdot 330\text{ kJ} = 66\text{ kJ}$. Celkem tedy musí konvice dodat teplo

$$Q_3 = Q_2 + Q_1 = 478\,800\text{ J} + 66\,000\text{ J} = 544\,800\text{ J}$$

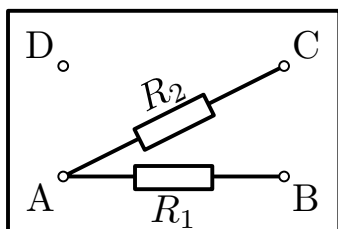
za čas

$$\tau_3 = \frac{Q_3}{\eta P} = \frac{544\,800\text{ J}}{0,9 \cdot 1\,800\text{ W}} \doteq 336,30\text{ s} \doteq 340\text{ s.} \quad \mathbf{4\text{ body.}}$$

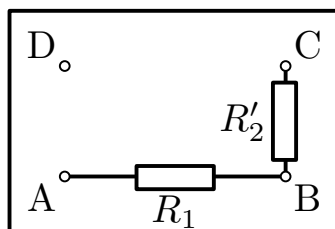
Poznámka: Pokud v části c) řešitelé použijí namísto zadané hodnoty $l = 330\text{ kJ/kg}$ hodnotu z tabulek $l = 334\text{ kJ/kg}$, vychází $Q_3 = 545\,600\text{ J}$ a $\tau_3 \doteq 336,79\text{ s} \doteq 340\text{ s}$; i tyto hodnoty lze uznat za správné.

FO60E2-3: Destička se zdírkami

a) Úloha má dvě řešení zakreslená na obr. 3a,b.



a)



b)

Obr. 3: Destička se zdírkami – možná propojení zdírek rezistory $\mathbf{4\text{ body}}$

b) V případě na obr. 3a dostáváme

$$R_1 = \frac{U}{I_{AB}} = \frac{4,5\text{ V}}{0,300\text{ A}} = 15\ \Omega,$$

$$R_2 = \frac{U}{I_{AC}} = \frac{4,5\text{ V}}{0,150\text{ A}} = 30\ \Omega.$$

V případě na obr. 3b vychází

$\mathbf{2\text{ body}}$

$$R_1 = \frac{U}{I_{AB}} = 15\ \Omega,$$

$$R_1 + R'_2 = \frac{U}{I_{AC}} = \frac{4,5\text{ V}}{0,150\text{ A}} = 30\ \Omega = R_3,$$

$$R'_2 = R_3 - R_1 = 30\ \Omega - 15\ \Omega = 15\ \Omega.$$

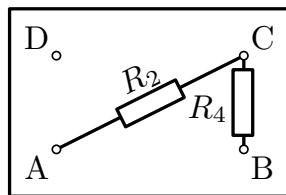
$\mathbf{2\text{ body}}$

- c) V případě podle obr. 3a jsou mezi zdířkami B a C rezistory zapojené za sebou

$$I_{BC} = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{4,5 \text{ V}}{30 \Omega + 15 \Omega} = 0,10 \text{ A},$$

v případě podle obr. 3b vychází

$$I'_{BC} = \frac{U}{R'_2} = \frac{4,5 \text{ V}}{15 \Omega} = 0,30 \text{ A}.$$



Obr. 4: Další uspořádání

2 body

Poznámka: Někteří řešitelé mohou zkusit i propojení na obr. 4. Při tomto uspořádání však není možné docílit toho, aby odpor mezi body A a C byl $R_2 = 30 \Omega$ a mezi body A a B pouze $R_1 = 15 \Omega$. Za nápad, případně zdůvodnění, že při takovém zapojení nelze odpory nalézt, lze také přidělit 1–2 body (pokud už řešitel nezískal plných 10 bodů za ostatní části úlohy).

FO60E2–4: Elektromobil

- a) Výkon motoru P se při pohybu konstantní rychlostí spotřebovává na překonání odporové síly. Při rychlosti $v_1 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$ platí

$$P = F_o v = 750 \text{ N} \cdot 20 \text{ m/s} = 15\,000 \text{ W} = 15 \text{ kW}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- b) Celková energie dodaná při nabíjení za čas $t = 5 \text{ h} = 18\,000 \text{ s}$ vychází

$$E = U I t = 230 \text{ V} \cdot 10 \text{ A} \cdot 18\,000 \text{ s} = 41\,400\,000 \text{ J} \doteq 41 \text{ MJ}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- c) Jeden nabitý článek akumulátoru může (při 100% účinnosti) dodat elektrickou práci

$$W_1 = U_1 Q = 12 \text{ V} \cdot 137 \text{ Ah} = 1\,644 \text{ Wh} = 1\,644 \text{ W} \cdot 3\,600 \text{ s} = 5\,918\,400 \text{ J}.$$

Pro počet článků akumulátoru tak dostáváme

$$n = \frac{E}{W_1} = \frac{41\,400\,000 \text{ J}}{5\,918\,400 \text{ J}} \doteq 6,995 \doteq 7. \quad \mathbf{4 \text{ body}}$$

- d) Při účinnosti $\eta = 80 \%$ se z celkové energie E na konání práce využije

$$W = \eta E = 0,8 \cdot 41\,400\,000 \text{ J} = 33\,120\,000 \text{ J}.$$

Přitom elektromobil dojde do vzdálenosti s , pro kterou platí $W = F'_o s$; odtud vychází

$$s = \frac{W}{F'_o} = \frac{33\,120\,000 \text{ J}}{330 \text{ N}} \doteq 100\,360 \text{ m} \doteq 100 \text{ km}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

Úlohy připravila komise pro výběr úloh při ÚKFO České republiky ve složení Martin Kapoun, Dagmar Kaštilová, Věra Koudelková, Lenka Podzimeková, Richard Polma, Jindřich Pulíček a Lukáš Richterek ve spolupráci s autorem úloh Janem Thomasem.