

Řešení úloh okresního kola 59. ročníku Fyzikální olympiády

Úloha 1. Vlnění

- a) Vlnění se šíří rychlostí $v = 200 \text{ m/s}$ a má vlnovou délku $\lambda = 10 \text{ m}$. Sestavíme-li vlnovou funkci $y(x, t)$ v okamžiku $t = 0$ tak, aby byla rovna nule v $x = 0$ a měla v $x = 0$ kladnou rychlost, můžeme ji zapsat jako

$$y(x, 0) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) = A \sin\left(\frac{2\pi}{10} x\right)$$

$$v(x, 0) = v \frac{\partial y}{\partial x} = 200 \frac{2\pi}{10} A \cos\left(\frac{2\pi}{10} x\right) = 40\pi A \cos\left(\frac{2\pi}{10} x\right)$$

3 body

- b) Protože pro délku klade $\lambda = 10 \text{ m}$

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{10} = 0,2\pi \text{ rad/m}$$

- a také $t_1 = n \cdot k / v$, $t_2 = (n + 1) \cdot k / v$

$$t_2 - t_1 = \frac{k}{v} = \frac{10 \text{ m}}{200 \text{ m/s}} = 0,05 \text{ s}$$

Odtud vyjádříme

$$v = \frac{2\pi n A}{(t_2 - t_1) \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right)} = \frac{2\pi n A}{(t_2 - t_1) \cos\left(\frac{2\pi}{10} x\right)} = 28 \text{ km/s}$$

4 body

- c) Pro vzdálenost x vyjde $y(x, t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - 2\pi \nu t\right)$ podle rovnice 1. napiš

$$y(x, t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - 2\pi \nu t\right) = \left(\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - 2\pi \nu t\right) - \frac{2\pi \nu A}{v} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - 2\pi \nu t\right)\right) \cdot \frac{v}{2\pi \nu}$$

$$= \frac{v}{2\pi \nu} \left(\frac{16 \cdot 112}{10 \cdot 112} + 28k\right) = 28k = 28 \cdot 0,75 \text{ m} = 21 \text{ m}$$

3 body

F059E2-2: Vaření brambor

- a) Na ohřátí obsahu hrnce je potřeba dodat teplo

$$Q_2 = mc\Delta t = 1,5 \text{ kg} \cdot 4200 \text{ J/(kg} \cdot \text{°C)} \cdot (100 \text{ °C} - 20 \text{ °C}) = 504\,000 \text{ J} \doteq 500 \text{ kJ}$$

2 body

- b) Převodová teplo $Q_1 = HV = 0,054 \text{ m}^3 \cdot 40 \text{ MJ} = 2,16 \text{ MJ} = 2\,160\,000 \text{ J}$. Účinnost vaření bude

$$\eta = \frac{Q}{Q_1} = \frac{504\,000 \text{ J}}{2\,160\,000 \text{ J}} \doteq 0,23333 \doteq 23\%$$

2 body

Uvažujeme, že při 100 °C je hustota vzduchu $\rho = 1,29 \text{ kg m}^{-3}$. Zkřivnutí vzduchu při 100 °C je $\beta = 0,00366 \text{ K}^{-1}$. Změna objemu vzduchu při změně teploty je

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta T$$

Uvažujeme, že vzduch je ideální plyn, takže platí

$$pV = nRT \quad \text{pro } n = \frac{m}{M} \quad \text{a } p = p_0 = 10^5 \text{ Pa}$$

Ušetříme tedy $V_2 = V_1 - \Delta V = 0,001 \text{ m}^3 - 0,00000366 \text{ m}^3 = 0,000634 \text{ m}^3$ plynu. **2 body**

Poznámka: Část c) je mnohem jednodušší, pokud bychom násobena úhlovou změnou objemu vzduchu na 100 °C, tj. $\Delta T_1 = 50 \text{ K}$ Q_2 potřebné na ohřátí vzduchu na 100 °C. **2 body**

$$Q_2 = m\beta\Delta T_1 = 0,001 \text{ m}^3 \cdot 1,29 \text{ kg m}^{-3} \cdot 352,8 \text{ J K}^{-1} = 0,455 \text{ J}$$

Při účinnosti varníče $\eta = 20\%$ je spotřeba elektrické energie

$$E = \frac{Q_2}{\eta} = \frac{0,455 \text{ J}}{0,2} = 2,275 \text{ J} \approx 2,3 \text{ MJ}$$

Z výhřevnosti plynu vychází $Q_1 = E = 2,275 \text{ J} = 2,275 \text{ kJ}$

$$V_2 = \frac{E}{H} = \frac{2,275 \text{ kJ}}{57,8 \text{ kJ m}^{-3}} = 0,0394 \text{ m}^3 \approx 0,038 \text{ m}^3$$

Ušetřený objem opět vychází $V_2 = 0,001 \text{ m}^3 - 0,000634 \text{ m}^3 = 0,000366 \text{ m}^3 \approx 0,00038 \text{ m}^3$.

d) Z objemu $V_2 = 0,000366 \text{ m}^3$ plynu lze spálením získat energii $E = V_2 H$. Luminóza o průřezu R_0 lze tímto spálením osvětlit po dobu

$$t = \frac{E}{P_0} = \frac{V_2 H}{P_0} = \frac{0,000366 \text{ m}^3 \cdot 57,8 \text{ kJ m}^{-3}}{2 \text{ W}} = 10,5 \text{ s} \approx 11 \text{ s} \quad \text{2 body}$$

Při ohřevu vody do varu stačí jen přivést teplotu na 100 °C. Energie dodaná ohřevem se neúčtečně spotřebuje na vypařování vody (a na ztráty tepla do okolí). Protože je teplota páry pod pokličkou lince také 100 °C, není třeba, aby se pára byla zcela potopena pod vodou. **2 body**

F059E2-3: Měření odporu

Uspořádání v zapojení 1 ukazuje voltmetr součet napětí na ampérmetru a rezistoru. Při druhém zapojení 1 patří dvojice hodnot s vyšším napětím, tedy druhá dvojice 20 V a 210 mA. Napětí v druhé dvojici hodnot (v zapojení 1) je také napětí, protože napětí zdroje je tedy 230 V. **2 body**

Uvažujeme, že zdroj napětí je ideální, $\mathcal{E} = 200\text{ V}$, proud $I_1 = 0,22\text{ A}$. V zapojení 1 je zdroj napětí zapojen podle obrázku

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} = 0,22\text{ A} \quad \text{2 body}$$

V zapojení 2 je zdroj napětí

$$\mathcal{E} = 200\text{ V}$$

na odporu R_2 je napětí

$$U_2 = 200\text{ V} = 4,00\text{ V} \quad \text{2 body}$$

E_2 . Pro odpor R_2 platí rovnice

$$U_2 = I_2 R_2 = 0,22\text{ A} R_2 = 4,00\text{ V} \quad \text{2 body}$$

V zapojení 2 je proud

$$I_2 = 0,22\text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{4,00\text{ V}}{18\text{ m}\Omega} = 0,2222\text{ A} = 0,222\text{ A}$$

odpor voltmetru je

$$R_V = \frac{U_2}{I_2 - I_1} = \frac{4,00\text{ V}}{0,222\text{ A} - 0,22\text{ A}} = 18\text{ m}\Omega \quad \text{2 body}$$

c) V zapojení 1 vzniká proud

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} = 0,22\text{ A} = 1100\text{ }\Omega,$$

v zapojení 2

$$R_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{4,00\text{ V}}{0,22\text{ A}} = 945,45\text{ }\Omega \approx 945\text{ }\Omega.$$

Zapojení 2 je tedy přesnější, než se pro rezistory s malým odporem (mnohem menším než odpor voltmetru) zatímco zapojení 1 pro rezistory s velkým odporem. **2 body**

FO50E2 4: Injekční stříkačka

a) Objem vyjadríme v cm^3 jako $V_1 = 3,00\text{ cm}^3$ a $V_2 = 5,00\text{ cm}^3$. V prvním případě platí

$$m_1 = m + \rho V_1,$$

v druhém případě podobně

$$m_2 = m + \rho V_2.$$

1. Zjednotěte a ukažte, že platí rovnost:

$$\frac{1}{\text{kg} \cdot \text{m}^3} \cdot \frac{1}{\text{m}^3} \cdot \frac{1}{\text{s}^2} = \frac{1}{\text{kg} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{s}^2}$$

2 body

2. Zjednotěte a ukažte, že platí rovnost:

$$m = m_0 \cdot \left(\frac{v}{c} \right)^2 = \frac{m_0 \cdot v^2}{c^2} = \frac{1000 \text{ kg} \cdot (1000 \text{ m/s})^2}{(300000000 \text{ m/s})^2} = 1,11 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$$

2 body

- c) Za dobu t se píst posune o vzdálenost $d = ct$, což je objem $V = S_2 d = S_2 ct$ a tlak $p = \frac{F}{S_1}$.

$$v = \frac{V}{S_1 t} = \frac{S_2 ct}{S_1 t} = \frac{S_2}{S_1} c = 0,017 \text{ m/s} \quad \text{2 body}$$

Peněz jehly $S_2 = S_1 \cdot n^2$ a n je počet jehel. Působí tlak p na plochu S_2 a vzniká síla F působící na píst. Působí tlak p na plochu S_1 a vzniká síla F působící na jehlu.

$$F = pS_2$$

Odtud

$$v = \frac{V_2 t^2}{S_1 t} = \frac{F^2 t}{p^2 S_1} = \frac{p^2 S_2^2 t}{p^2 S_1} = \frac{S_2^2}{S_1} t = 110,67 \text{ cm/s} \approx 1,11 \text{ m/s} \quad \text{2 body}$$

- d) Těleso musí působit silou

$$F = pS_1 = 18700 \text{ Pa} \cdot 0,15 \text{ m}^2 = 2805 \text{ N} \approx 2,81 \text{ kN} \quad \text{2 body}$$

Úlohy připravila komise pro výběr úloh při UKFO České republiky ve složení Martin Kapoun, Barbora Kastilová, Michaela Krížová, Miroslava Maňásková, Richard Polma, Jindřich Pulicek, Lubás Reuterek ve spolupráci s autorem úloh Janem Thomasem.