

# Řešení úloh okresního kola 59. ročníku Fyzikální olympiády

## Kategorie F

Autorem úloh je L. Růžička (2) a J. Holý (1, 3, 4)

### FO59F2-1: Abertamy – Karlovy Vary

- a) Průměrná rychlost autobusu je zadaná vzdálenost, kterou ujede za hodinu, srovná proto s rychlostí, kterou by se ujel stejnou vzdáleností za stejnou dobu. Průměrné rychlosti pro autobus vyjede každý den přes Merklín vycházejí z  $v_p = 26 \text{ km/h} = 7,2 \text{ m/s}$ , pro nedělní přes Ostrov  $v_n = 32 \text{ km/h} = 8,9 \text{ m/s}$ . **2 body**

- b) Vzdálenost  $s_p = 2,5 \text{ km}$  do Perníku musí být za čas  $t_p = 20 \text{ min} = 1/3 \text{ h}$  nastavená rychlostí

$$v_p = \frac{s_p}{t_p} = \frac{2,5 \text{ km}}{\frac{1}{3} \text{ h}} = 7,5 \text{ km/h} \approx 2,1 \text{ m/s}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- c) Do Merklína ujede Honza vzdálenost  $s_M = 10 \text{ km}$  rychlostí  $v_M = 8,0 \text{ km/h}$  za čas

$$t_M = \frac{s_M}{v_M} = \frac{10 \text{ km}}{8,0 \text{ km/h}} = 1,25 \text{ h} = 75 \text{ min} = 1 \text{ h } 15 \text{ min}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- d) Vlaku z Perníku do Karlových Varů je průměrná  $t_v = 55 \text{ min} = 55/60 \text{ h}$  rychlostí  $v_v = 40 \text{ km/h}$ , délka úseku  $s_v$  je tedy

$$s_v = v_v t_v = 40 \text{ km/h} \cdot \frac{55}{60} \text{ h} \approx 36,67 \text{ km} \approx 37 \text{ km}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- e) Lokálka jede z Merklína do Karlových Varů po dobu  $t_l = 16:12 \text{ h} - 16:17 \text{ h} = 25 \text{ min} = 25/60 \text{ h}$  a ujede vzdálenost  $s_l = 11 \text{ km}$ . Její průměrná rychlost vychází

$$v_l = \frac{s_l}{t_l} = \frac{11 \text{ km}}{\frac{25}{60} \text{ h}} = 33,6 \text{ km/h} \approx 9,3 \text{ m/s}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

### FO59F2-2: Vrátko v Bradavicích

- a) Pro hmotnost kamene o objemu  $V = 721 = 0,072 \text{ m}^3$  a hustotě  $\rho = 2,5 \text{ g/cm}^3 = 2500 \text{ kg/m}^3$  platí

$$m_1 = \rho V = 2500 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,072 \text{ m}^3 = 180 \text{ kg}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- b) Protože na obou stranách pevných kladek v rovnováze působí vždy stejné síly, rozhodující je rovnováha na páce. Můžeme psát

$$m_1 g l_1 = m_2 g l_2.$$

Odtud

$$l_2 = l_1 \frac{m_1}{m_2} = 30 \text{ cm} \cdot \frac{180 \text{ kg}}{60 \text{ kg}} = 90 \text{ cm}.$$

Celková délka páky pak musí být nejméně  $l = l_1 + l_2 = 30 \text{ cm} + 90 \text{ cm} = 120 \text{ cm}$ . **4 body**

- c) Protože poměr hmotností kamene a Harryho je  $m_1 : m_2 = 3 : 1$ , musí platit  $l_1 : l_2 = 1 : 3$ . Pokud bychom dělili Hagridovo prkno bez zkrácení, vycházeli

délky

$$l_1 = l \frac{1}{3+1} = \frac{165 \text{ cm}}{4} = 41,25 \text{ cm} \quad l_2 = l \frac{3}{3+1} = \frac{3 \cdot 165 \text{ cm}}{4} = 123,75 \text{ cm}.$$

V části b) se totiž zkrátí prkno na délku dělitelnou 4, např. na 160 cm, potom

$$l_1 = l \frac{1}{3+1} = \frac{160 \text{ cm}}{4} = 40 \text{ cm} \quad l_2 = l \frac{3}{3+1} = \frac{3 \cdot 160 \text{ cm}}{4} = 120 \text{ cm}.$$

4 body

*Poznámka:* V části c) by měl být podle zadání uznán i jiný rozumný celočíselný výsledek, např. zkrácení na 164 cm (potom  $l_1 = 41 \text{ cm}$ ,  $l_2 = 123 \text{ cm}$ ) nebo na 150 cm (potom  $l_1 = 39 \text{ cm}$ ,  $l_2 = 117 \text{ cm}$ ).

### FO59F2-3: Tři nádoby

a) Přidáním kapaliny ze druhé nádoby se v první nádobě teplota sníží na teplotu  $t$ . Podle kalorimetrické rovnice pro omezené kapalinou v první nádobě a první nádobou rovno teploty přetopené kapalinou přelitou ze druhé nádoby můžeme proto psát

$$m_1 c (t_1 - t) + \frac{m_1}{2} \frac{c}{5} (t_1 - t) = \frac{m_1}{2} c (t - t_2)$$

Po zkrácení výrazem  $m_1 c$  a vynásobením 10 získáme rovnici

$$10(t_1 - t) + (t_1 - t) = 5(t - t_2)$$

neboli

$$11t_1 - t = 5t - 5t_2$$

Odtud vyjádříme

$$t = \frac{11t_1 + 5t_2}{16} = \frac{11 \cdot 50^\circ\text{C} + 5 \cdot 30^\circ\text{C}}{16} = 43,75^\circ\text{C} \doteq 44^\circ\text{C}. \quad \mathbf{5 \text{ bodů}}$$

b) Po přelítí kapaliny o celkové hmotnosti  $m_1 + m_1/2 = 3m_1/2$  z první do třetí nádoby o hmotnosti  $m_1/2$  se třetí nádoba o měrné tepelné kapacitě  $c/5$  zahřeje na teplotu  $t_4$ . Podle kalorimetrické rovnice platí

$$\frac{3m_1}{2} c (t - t_4) = \frac{m_1}{2} \frac{c}{5} (t_4 - t_3).$$

Po zkrácení výrazem  $m_1 c$  a vynásobení 10 získáme rovnici

$$15(t - t_4) = t_4 - t_3.$$

$$t_4 = \frac{15t + t_3}{16} = \frac{15 \cdot 43,75^\circ\text{C} + 20^\circ\text{C}}{16} \doteq 42,266^\circ\text{C} \doteq 42^\circ\text{C}. \quad \mathbf{5 \text{ bodů}}$$

*Poznámka:* Doporučujeme uznat za správný i výsledek, kdy řešitelé dosadí z části

a) zaokrouhlený výsledek  $t = 44^\circ\text{C}$ , potom vychází

$$t_4 = \frac{15t + t_3}{16} = \frac{15 \cdot 44^\circ\text{C} + 20^\circ\text{C}}{16} \doteq 42,5^\circ\text{C} \doteq 43^\circ\text{C}.$$

### FO59F2-4: Dvě pružiny

a) Závažím o hmotnosti  $m'_1 = 15 \text{ g}$  se pružina prodlouží o 1,0 cm. Závažím o hmotnosti  $m = 100 \text{ g}$  se tedy prodlouží o  $\Delta l_1 = 1 \text{ cm} \cdot m/m'_1 = 1 \text{ cm} \cdot 100 \text{ g}/15 \text{ g} =$

$6,6667 \text{ cm} \approx 6,7 \text{ cm}$  a její délka bude celkem  $l_1 + \Delta l_1 \approx 20 \text{ cm} + 6,7 \text{ cm} \approx 27 \text{ cm}$ .  
**2 body**

- b) Zavazín o hmotnosti  $m'_2 = 8,0 \text{ g}$  se pružina prodlouží o  $1,0 \text{ cm}$ . Zavazín o hmotnosti  $m = 100 \text{ g}$  se tedy prodlouží o  $\Delta l_2 = 1 \text{ cm} \cdot m/m'_2 = 1 \text{ cm} \cdot 100 \text{ g}/8,0 \text{ g} \approx 12,5 \text{ cm} \approx 13 \text{ cm}$  a její celková délka bude  $l_2 + \Delta l_2 \approx 35 \text{ cm} + 13 \text{ cm} \approx 48 \text{ cm}$ .  
**2 body**

- c) Zavěšením druhé pružiny se první pružina prodlouží o

$$\Delta l_3 = 1 \text{ cm} \cdot m_2/m'_1 = 1 \text{ cm} \cdot 20 \text{ g}/15 \text{ g} \approx 1,3333 \text{ cm} \approx 1,3 \text{ cm},$$

přidáním závaží ještě o  $\Delta l_1 = 6,7 \text{ cm}$ . Celkové prodloužení první pružiny tedy bude  $\Delta l'_1 = \Delta l_1 + \Delta l_3 \approx 6,6667 \text{ cm} + 1,3333 \text{ cm} \approx 8,0 \text{ cm}$ ; druhá pružina se prodlouží o  $\Delta l_2 = 12,5 \text{ cm}$ . Celková délka obou pružin bude

$$l_{12} = l_1 + l_2 + \Delta l'_1 + \Delta l_2 = 20 \text{ cm} + 35 \text{ cm} + 8 \text{ cm} + 12,5 \text{ cm} \approx 75,5 \text{ cm} \approx 76 \text{ cm}.$$

**3 body**

Zaměníme-li pořadí pružin, pak se druhá pružina prodlouží při zavěšení první pružiny o

$$\Delta l_4 = 1 \text{ cm} \cdot m_1/m'_2 = 1 \text{ cm} \cdot 25 \text{ g}/8 \text{ g} \approx 3,125 \text{ cm} \approx 3,1 \text{ cm},$$

přidáním závaží ještě o  $\Delta l_2 = 12,5 \text{ cm}$ . Celkové prodloužení první pružiny tedy bude  $\Delta l'_2 = \Delta l_2 + \Delta l_4 \approx 12,5 \text{ cm} + 3,1 \text{ cm} \approx 16 \text{ cm}$ ; první pružina se prodlouží o  $\Delta l_1 = 6,7 \text{ cm}$ . Celková délka obou pružin bude

$$l_{21} = l_1 + l_2 + \Delta l_1 + \Delta l'_2 = 20 \text{ cm} + 35 \text{ cm} + 6,7 \text{ cm} + 16 \text{ cm} \approx 77,7 \text{ cm} \approx 78 \text{ cm}.$$

**3 body**

---

Úlohy připravila komise pro výběr úloh při ÚKFO České republiky ve složení Martin Kapoun, Dagmar Kaštilová, Michaela Křížová, Miroslava Maňásková, Richard Polma, Jindřich Pulíček a Lukáš Richterek ve spolupráci s autorem úloh Janem Thomasem.